

Câu I: (1.5 điểm)

Một vật chuyển động dọc theo quỹ đạo là đồ thị của hàm véc tơ

$$\mathbf{R}(t) = 4\sin\left(t - \frac{\pi}{6}\right)\mathbf{i} + (3t - 2)\mathbf{j} - 4\cos\left(t - \frac{\pi}{6}\right)\mathbf{k}$$

- 1) Tính độ cong của đồ thị hàm véc tơ $\mathbf{R}(t)$ tại $t = \frac{\pi}{2}$.
- 2) Tính quãng đường dịch chuyển của vật từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ đến $t = \pi$.

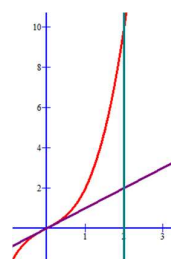
Câu II: (3.5 điểm)

- 1) Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong $(2 + \ln y)x - 2zx^3 = z^2y + 19$ tại điểm $M(2, 1, -1)$.
- 2) Tính $\frac{\partial z}{\partial x}$ biết rằng $f(x, y, z(x, y)) = 1$ trong đó f là một hàm 3 biến khả vi và $f_z \neq 0$ với mọi (x, y, z) .
- 3) Tìm cực trị địa phương của hàm hai biến

$$f(x, y) = y^3 + 2x^2 + 2y^2 - 6xy - 2y + 17.$$

Câu III: (2.5 điểm)

- 1) Tính tích phân bội hai $I = \iint_D x(4y^3 + 1)dA$, với miền phẳng D giới hạn bởi các đường $y = x^3 + x$; $y = x$ và $x = 2$. (hình vẽ)
- 2) Vật thể G giới hạn bởi mặt paraboloid $z = m^2x^2 + m^2y^2$ và mặt phẳng $z = 4$ (trong đó m là một hằng số dương). Tìm m để thể tích của vật thể G bằng 2π .



Câu IV: (2.5 điểm)

- 1) Cho hàm hai biến $f(x, y) = x^3y - 4\tan^{-1}y$.
 - a) Tìm trường Gradient $\mathbf{G} = \nabla f$.
 - b) Tính công thực hiện bởi trường lực $\mathbf{G}$ (tìm được ở câu a) để di chuyển một vật dọc theo đường cong (C) có phương trình $x(t) = te^{t-1}$; $y(t) = (t - 1)^2$, trong đó $0 \leq t \leq 1$.

- 2) Cho trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 - 2e^y)\mathbf{i} - (3e^y + 2z)\mathbf{j} + (3y^2 - 4z)\mathbf{k}$
- a) Tính độ phân kỳ $\text{div}\mathbf{F}$, véc tơ xoáy $\text{curl}\mathbf{F}$.
- b) Tính thông lượng của trường $\mathbf{F}$ qua phần mặt phẳng $3x - 2y + z = 5$ bên trong mặt trụ $x^2 + y^2 = 9$, được định hướng bởi trường véc tơ pháp tuyến đơn vị $\mathbf{N}$ hướng xuống.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CLO1]: Tính được đạo hàm, tích phân của hàm vector; và của hàm nhiều biến.	Câu I.1, câu II
[CLO2]: Hiểu và xử lý được các bài toán trong kĩ thuật liên quan đến đạo hàm, tích phân của hàm vector, hàm nhiều biến	Câu III
[CLO3]: Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ, trường véc tơ	Câu I.2, IV.2
[CLO4]: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vector để giải quyết một số bài toán ứng dụng	Câu IV.1

Ngày 27 tháng 06 năm 2026

Thông qua bộ môn

Phạm Văn Hiến